WOJEWÓDZKI KONKURS PRZEDMIOTOWY DLA UCZNIÓW GIMNAZJÓW WOJEWÓDZTWA ŚLĄSKIEGO W ROKU SZKOLNYM 2015/2016

MATEMATYKA

KURATORIUM OŚWIATY w Katowicach

Regionalny Ośrodek Doskonalenia Nauczycieli „WOM" w Bielsku-Białej

Informacje dla ucznia

1. Na stronie tytułowej arkusza w wyznaczonym miejscu wpisz swój kod ustalony przez komisję.
2. Sprawdź, czy arkusz konkursowy zawiera 8 stron (zadania 1-13).
3. Czytaj uważnie wszystkie teksty i zadania.
4. Rozwiązania zapisuj długopisem lub piórem. Nie używaj korektora.
5. Staraj się nie popełniać błędów przy zaznaczaniu odpowiedzi, ale jeśli się pomylisz, błędne zaznaczenie otocz kółkiem ⊗ i zaznacz inną odpowiedź znakiem „**X**".
6. W zadaniach typu PRAWDA/FAŁSZ oceń, czy podane zdania są prawdziwe, czy fałszywe. Zaznacz właściwą odpowiedź.
7. Rozwiązania zadań otwartych zapisz czytelnie w wyznaczonych miejscach. Pomyłki przekreślaj.
8. Przygotowując odpowiedzi na pytania, możesz skorzystać z miejsc opatrzonych napisem *Brudnopis*. Zapisy w brudnopisie nie będą sprawdzane i oceniane.
9. Podczas rozwiązywania zadań nie wolno Ci korzystać z kalkulatora.

KOD UCZNIA

Etap: wojewódzki

Czas pracy: 120 minut

WYPEŁNIA KOMISJA KONKURSOWA

Nr zadania	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	**Razem**
Liczba punktów możliwych do zdobycia	**20**	**3**	**3**	**3**	**3**	**3**	**3**	**3**	**3**	**4**	**4**	**4**	**4**	**60**
Liczba punktów uzyskanych przez uczestnika konkursu														

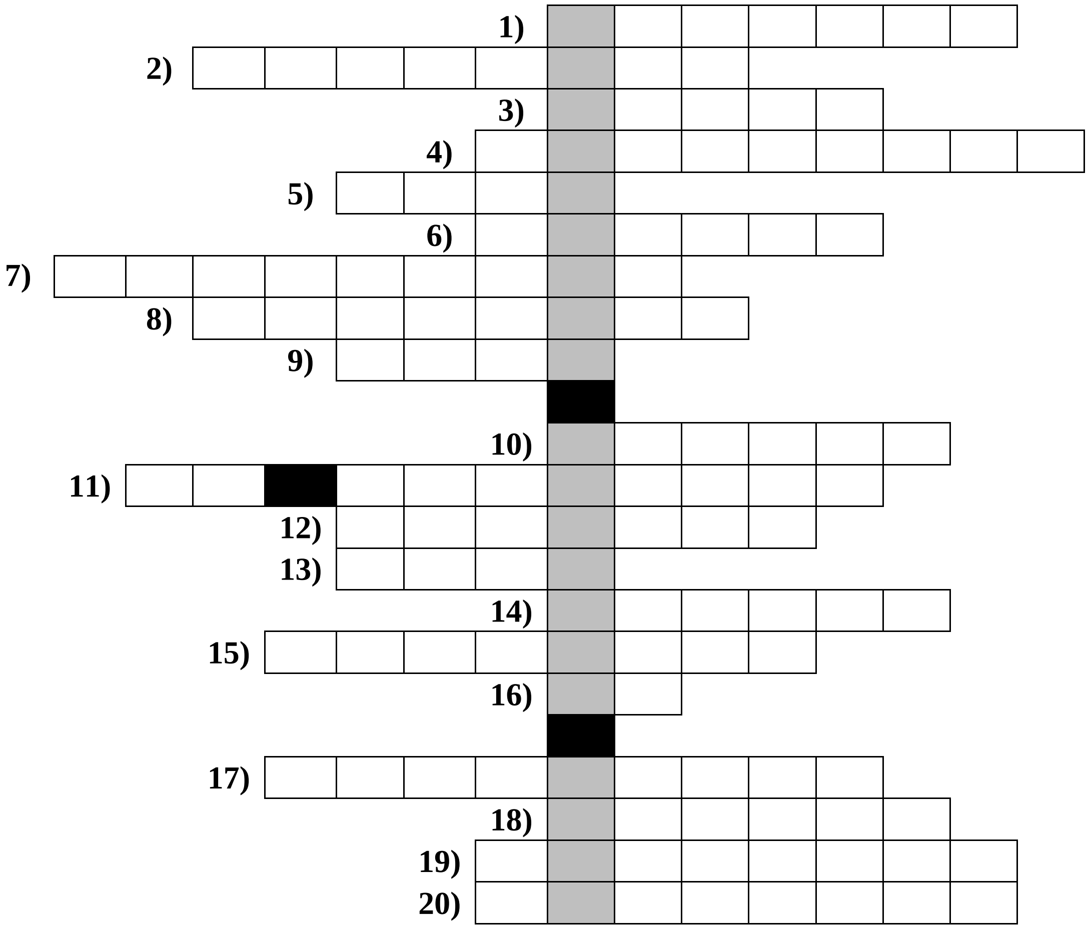
Liczba punktów umożliwiająca uzyskanie tytułu laureata: 54

Podpisy członków komisji:

1. Przewodniczący – ……………………………………………
2. Członek komisji sprawdzający pracę – …………………………
3. Członek komisji weryfikujący pracę – …………………………

Zadanie 1. (0-20)

Rozwiąż krzyżówkę. Hasło w zacieniowanych kratkach, to miejsce spotkań znanych polskich matematyków okresu międzywojennego. Hasło nie jest oceniane, ale może zweryfikować Twoje odpowiedzi.



1) Czworokąt posiadający 4 osie symetrii.
2) Jeden z dwóch równoległych boków trapezu.
3) Bryła obrotowa powstała na skutek obrotu prostokąta wokół jednego z jego boków.
4) Liczba 8 w ułamku, który powstaje po skróceniu liczby 0,125 zapisanej w postaci ułamka zwykłego.
5) Bryła, która powstaje w wyniku obrotu koła wokół jego średnicy.
6) Jeden z dwóch wielokątów, które powstają po przecięciu trójkąta prostą równoległą do jego podstawy, nieprzechodzącą przez wierzchołek tego trójkąta.
7) W kwadracie o boku $a\sqrt{10}$ długość tego odcinka wynosi $2a\sqrt{5}$.
8) Najdłuższa cięciwa okręgu.
9) Milion gramów.
10) Bryła obrotowa, której objętość stanowi $\frac{1}{3}$ objętości walca o takiej samej podstawie i wysokości.
11) Prosta, której każdy punkt odpowiada pewnej liczbie rzeczywistej.
12) Przyporządkowanie każdemu elementowi jednego zbioru dokładnie jednego elementu drugiego zbioru.
13) Średnia arytmetyczna dwóch liczb przeciwnych.
14) Słownie wynik dzielenia liczby *XL* przez *X*.
15) Stosunek drogi do czasu w ruchu jednostajnym.
16) 0,01 hektara.
17) Działanie zapisywane w postaci ułamka.
18) Geometryczna interpretacja funkcji.
19) Równość dwóch wyrażeń algebraicznych.
20) Odcinek łączący wierzchołek stożka z punktem na okręgu jego podstawy.

W zadaniach od 2. do 9. oceń, czy podane zdania są prawdziwe, czy fałszywe. Zaznacz właściwą odpowiedź.

BRUDNOPIS

Zadanie 2. (0-3)

W trójkąt prostokątny *ABC* wpisano okrąg o środku *S*. Kąt *CAB* tego trójkąta jest kątem prostym.

I. Kąt *CSB* ma miarę 135°. ☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ

II. Kąt *CSA* ma miarę 135°. ☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ

III. Nie można obliczyć miary kąta *ASB*. ☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ

Zadanie 3. (0-3)

S(*n*) oznacza sumę cyfr liczby naturalnej *n*.

I. 4 jest najmniejszą liczbą n taką, że $S(n) = 4$.
☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ

II. Nie istnieje największa liczba n taka, że $S(n) = 5$.
☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ

III. $S(S(20002^2)) = 7$.
☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ

Zadanie 4. (0-3)

Spośród 24 uczniów pewnej klasy 16 lubi pływać, 18 lubi słuchać muzyki, a 20 lubi jeździć na rowerze. Jest co najwyżej

I. 4 takich uczniów, którzy nie lubią żadnej z tych czynności.
☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ

II. 20 takich uczniów, którzy lubią przynajmniej jedną z tych czynności.
☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ

III. 15 takich uczniów, którzy lubią wszystkie te czynności.
☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ

Zadanie 5. (0-3)

Jeżeli n jest liczbą naturalną podzielną przez 9, to każda liczba postaci

I. $2n$ jest podzielna przez 6 i 18. ☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ

II. $n + 1$ jest podzielna przez 10. ☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ

III. $3n - 1$ jest liczbą nieparzystą. ☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ

Zadanie 6. (0-3)

W pewnym trójkącie jeden z boków ma długość $8+8\sqrt{3}$, a kąty do niego przyległe mają miary 45° i 30°.

I. Obwód tego trójkąta wynosi $24+12\sqrt{3}+4\sqrt{2}$.
☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ

II. Pole tego trójkąta wynosi $32\left(1+\sqrt{3}\right)$.
☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ

III. Jedna z wysokości tego trójkąta ma długość $4+4\sqrt{3}$.
☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ

Zadanie 7. (0-3)
Równanie $(m-3n+1)x-2m+4n-1=0$

I. ma jedno rozwiązanie, gdy $m = 0$ i $n = 0$.

☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ

II. nie ma rozwiązań, gdy $m = 7$ i $n = 3$.

☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ

III. ma nieskończoną liczbę rozwiązań, gdy $m = \frac{1}{2}$ i $n = \frac{1}{2}$.

☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ

Zadanie 8. (0-3)
Stożek S przecięto w połowie jego wysokości płaszczyzną równoległą do podstawy. Otrzymano w ten sposób dwie nowe bryły, w tym stożek S'.

I. Tworząca stożka S' jest 4 razy krótsza niż tworząca stożka S.

☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ

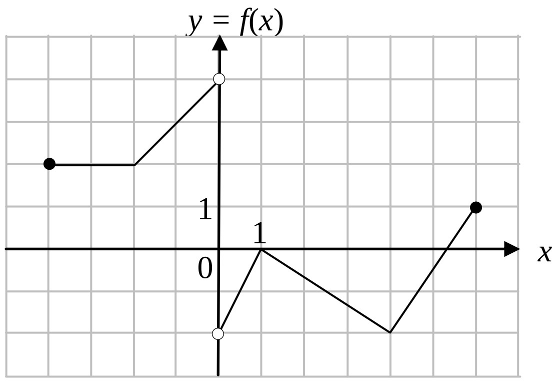
II. Pole powierzchni bocznej stożka S' stanowi 25% pola powierzchni bocznej stożka *S*.

☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ

III. Stosunek objętości otrzymanych brył wynosi 1 : 7.

☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ

Zadanie 9. (0-3)
Na rysunku przedstawiono wykres funkcji *f*.



I. Zbiorem wartości funkcji *f* jest zbiór wszystkich liczb *y* spełniających warunek: $-2 < y < 4$.

☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ

II. Dziedziną funkcji *f* jest zbiór wszystkich liczb *x* spełniających warunek: $-4 \le x \le 6$.

☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ

III. Funkcja jest malejąca tylko dla liczb *x* spełniających warunek: $1 \le x \le 4$.

☐ PRAWDA ☐ FAŁSZ

BRUDNOPIS

Zadanie 10. (0-4)

Środkowa trójkąta, to odcinek łączący wierzchołek trójkąta ze środkiem przeciwległego boku. Środkowe przecinają się w jednym punkcie, który dzieli każdą z nich w stosunku 2 : 1, licząc od wierzchołka trójkąta. Oblicz długości środkowych trójkąta o bokach długości: 10, 10, 12.

BRUDNOPIS

Zadanie 11. (0-4)

W dwóch urnach znajdują się kule białe i czarne. W pierwszej urnie jest 15 kul, w tym 5 białych, w drugiej – 25 kul, w tym 18 czarnych. Do obu urn należy dołożyć w sumie 16 białych kul. Oblicz, po ile kul należy dołożyć do każdej urny, aby prawdopodobieństwa wylosowania kuli białej z każdej nich były równe?

BRUDNOPIS

Zadanie 12. (0-4)

Do sklepu dostarczono 18 skrzynek z owocami. W każdej skrzynce była taka sama liczba owoców. Z części skrzynek sprzedano połowę owoców, z części $\frac{1}{3}$, a w części skrzynek pozostały wszystkie owoce. W sumie sprzedano $\frac{1}{9}$ liczby dostarczonych owoców. Oblicz, w ilu skrzynkach pozostały wszystkie owoce.

BRUDNOPIS

Zadanie 13. (0-4)

Dany jest trójkąt równoramienny ABC o podstawie AB i kącie przy podstawie równym 50°. Wewnątrz trójkąta obrano punkt K taki, że $|\angle KAB| = 30^\circ$ i $|\angle KBA| = 10^\circ$. Na półprostej AK wybrano taki punkt L, że $|\angle ABL| = 30^\circ$. Uzasadnij, że trójkąty BCL i BKL są przystające.

BRUDNOPIS