

KOD

Nr zad.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Razem
Max liczba pkt.	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	5	5	40
Liczba pkt.													

Kuratorium Oświaty w Katowicach

## KONKURS PRZEDMIOTOWY Z MATEMATYKI

### Finał – 15 marca 2010 r.

Przeczytaj uważnie poniższą instrukcję:

- Test składa się z 12 zadań. Przy numerze każdego zadania została podana maksymalna liczba punktów możliwych do zdobycia za to zadanie.
- W części I (zadania od 1 do 8) wpisz TAK lub NIE obok każdej z trzech odpowiedzi, w kratce z lewej strony tekstu. Za każdy poprawny wpis otrzymasz 1 punkt – w sumie za każde z tych zadań możesz otrzymać maksymalnie 3 punkty.
- W części II (zadania od 9 do 12), podając rozwiązania, należy zapisać potrzebne obliczenia i uzasadnienia przeprowadzonych rozumowań.
- Margines po prawej stronie kartki jest przeznaczony na brudnopis.
- Zabronione jest korzystanie z kalkulatorów i korektorów pisma (ewentualne błędne zapisy należy wyraźnie skreślić).
- Na rozwiązanie wszystkich zadań masz 90 minut.
- Aby zostać laureatem musisz zdobyć co najmniej 36 punktów.

Autorzy zadań życzą Ci powodzenia! ☺

## Część I

BRUDNOPIS

### Zadanie 1. (3 p.)

W romb o przekątnych długości 10 i 8 wpisano kwadrat o bokach równoległych do przekątnych. Prawdą jest, że:

- A. bok rombu ma długość  $\sqrt{41}$ .
- B. pole rombu wynosi 80.
- C. pole kwadratu wynosi  $\frac{1600}{81}$ .

### Zadanie 2. (3 p.)

Liczba dzieli się przez 11, jeśli różnica między sumą cyfr stojących na miejscach parzystych (licząc od prawej) a sumą cyfr na miejscach nieparzystych jest podzielna przez 11.

Aby liczba  $394\boxed{0}\boxed{8}$  była podzielna przez 11, w puste miejsce można wstawić:

- A. 6 i 0.
- B. 8 i 9.
- C. 2 i 3.

### Zadanie 3. (3 p.)

Wykresy funkcji  $y = 2x + b$  i  $y = ax + 3$  przecinają oś OX w tym samym punkcie, gdy:

- A.  $a = 1$  i  $b = 6$
- B.  $a = -2$  i  $b = -3$
- C.  $a = -\frac{3}{2}$  i  $b = -4$

### Zadanie 4. (3 p.)

Jeżeli  $x + \frac{1}{x} = 7$  i  $x \neq 0$ , to wartość wyrażenia  $x^2 + \frac{1}{x^2}$ :

- A. jest liczbą całkowitą.
- B. jest mniejsza od 47.
- C. jest liczbą wymierną.

**Zadanie 5. (3 p.)**

W trapez równoramienny o ramionach długości 2 i podstawach długości 1 i 3 wpisano okrąg. Prawdą jest, że:

- |                          |   |
|--------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> | A. Średnica tego okręgu wynosi $\sqrt{3}$ .               |
| <input type="checkbox"/> | B. Pole tego trapezu wynosi $2\sqrt{3}$ .                 |
| <input type="checkbox"/> | C. Pole koła wyznaczonego przez ten okrąg wynosi $3\pi$ . |

**Zadanie 6. (3 p.)**

Trójkąt ABC o obwodzie 50 cm podzielono za pomocą wysokości h na dwa trójkąty o obwodach 30 cm i 36 cm. Prawdą jest, że:

- |                          |   |
|--------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> | A. Długość wysokości h wynosi 8 cm.           |
| <input type="checkbox"/> | B. Otrzymane trójkąty mogą być równoramienne. |
| <input type="checkbox"/> | C. Można obliczyć pola tych trójkątów.        |

**Zadanie 7. (3 p.)**

Rzucamy dwiema sześciennymi kostkami do gry – jedną czerwoną, a drugą zieloną – na których są oczka od 1 do 6. Prawdą jest, że:

- |                          |   |
|--------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> | A. Wszystkich możliwych wyników jest 36.  |
| <input type="checkbox"/> | B. Prawdopodobieństwo uzyskania sumy oczek równej 2 wynosi $1/18$ .   |
| <input type="checkbox"/> | C. Zdarzenie A - „suma otrzymanych oczek wynosi 4” jest bardziej prawdopodobne od zdarzenia B - „wypadnie suma oczek większa niż 10”. |

**Zadanie 8. (3 p.)**

Pociąg długości 400 m jedzie z prędkością 60 km/h. Przejazd całego pociągu przez tunel (tzn. od wejścia czoła pociągu do chwili opuszczenia tunelu przez ostatni wagon) trwa 2 minuty. Prawdą jest, że:

- |                          |  |
|--------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> | A. Pociąg jedzie z prędkością 1000 m/min.            |
| <input type="checkbox"/> | B. Tunel ma długość 2 km.                            |
| <input type="checkbox"/> | C. Maszynista jedzie przez tunel 1 minutę 36 sekund. |

## Część II

### Zadanie 9. (3 p.)

Wiadomo, że:

$$0 \cdot 1 + 1 = 1^2$$

$$1 \cdot 2 + 2 = 2^2$$

$$2 \cdot 3 + 3 = 3^2$$

- a) Przedstaw w analogiczny sposób liczby:  
 $4^2$ ,  $8^2$ ,  $57^2$ ,  $n^2$  ( $n$  oznacza liczbę naturalną).
- b) Czy kwadrat każdej liczby naturalnej można podobnie przedstawić?  
Odpowiedź uzasadnij.

BRUDNOPIS

**Zadanie 10. (3 p.)**

Uzasadnij, że dla każdej liczby naturalnej dodatniej  $n$   
liczba  $2^n + 2^{n+1} + 2^{n+5}$  jest podzielna przez 14.

BRUDNOPIS

**Zadanie 11. (5 p.)**

W sześcianie o krawędzi 2 dm zostały obcięte wszystkie naroża płaszczyznami poprowadzonymi przez środki trzech krawędzi wychodzących z jednego wierzchołka.

Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej powstałej bryły.

BRUDNOPIS

**Zadanie 12. (5 p.)**

Student na egzaminie może otrzymać oceny: 5; 4; 3; 2. Otrzymana przez studenta na egzaminie ocena 2 oznacza, że nie zdał on egzaminu. Natomiast, gdy student otrzyma z egzaminu ocenę minimum 4, przyznawane jest mu stypendium.

Ocenę 5 otrzymało 5 studentów, 25% studentów dostało ocenę 4, 3/5 studentów ocenę 3, zaś pozostali nie zdali egzaminu.

Średnia wszystkich ocen z egzaminu wyniosła 3,25.

Oblicz, ilu studentów nie zdało egzaminu, a ilu otrzyma stypendium.

BRUDNOPIS