KOD

Nr zad.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**Razem**
Max liczba pkt.	3	3	3	3	3	3	3	3	4	3	3	6	40
Liczba pkt.													

Kuratorium Oświaty w Katowicach

KONKURS PRZEDMIOTOWY Z MATEMATYKI
Finał – 12 marca 2009 r.

Przeczytaj uważnie poniższą instrukcję:

- Test składa się z 12 zadań. Przy numerze każdego zadania została podana maksymalna liczba punktów możliwych do zdobycia za to zadanie.
- Przeczytaj dokładnie treść zadań, zwracając uwagę na to, czy polecenie nakazuje podać jedynie wynik, czy też obliczyć szukaną wielkość (tzn. zapisać obliczenie lub w inny sposób uzasadnić odpowiedź).
- W części I (zadania od 1 do 8) wpisz TAK lub NIE obok <u>każdej</u> z trzech odpowiedzi.
  Za każdy poprawny wpis otrzymasz 1 punkt – w sumie za każde z tych zadań możesz otrzymać maksymalnie 3 punkty.
- Margines po prawej stronie kartki jest przeznaczony na brudnopis.
- Zabronione jest korzystanie z kalkulatorów i korektorów pisma (ewentualne błędne zapisy należy wyraźnie skreślić).
- Na rozwiązanie wszystkich zadań masz 90 minut.
- Aby zostać laureatem musisz zdobyć <u>co najmniej 36 punktów</u>.

Autorzy zadań życzą Ci powodzenia! ☺

Część I

BRUDNOPIS

Zadanie 1. (3 p.)

W pewnej klasie szkoły podstawowej suma lat wszystkich uczniów wynosi 220. Dwóch jest o rok starszych, a dwóch o rok młodszych od pozostałych, którzy są w tym samym wieku. Uczeń w szkole podstawowej może mieć od 6 do 18 lat. Prawdą jest, że:

A. Średnia wieku uczniów tej klasy może wynosić 11 lat.

B. W tej klasie może być tylko 20 uczniów.

C. Są tylko dwie możliwe liczby uczniów w tej klasie.

Zadanie 2. (3 p.)

Prawdą jest, że:

A. Ułamek $\frac{4}{7}$ ma w rozwinięciu dziesiętnym na pięćdziesiątym drugim miejscu po przecinku cyfrę 4.

B. Ułamek $\frac{15}{21}$ ma rozwinięcie dziesiętne skończone.

C. Spełniony jest warunek $\frac{4}{7}<\frac{9}{14}<\frac{15}{21}$.

Zadanie 3. (3 p.)

Dana jest funkcja liniowa $f(x)=|4-m|\cdot x-10$.

Prawdą jest, że:

A. Liczba 5 jest miejscem zerowym funkcji $f(x)$, jeżeli $m=6 \text{ lub } m=2$.

B. Jeżeli $m=4$, to funkcja $f(x)$ dla każdego argumentu przyjmuje wartości dodatnie.

C. Jeżeli $m=4$, to $f(0)=-10$.

Zadanie 4. (3 p.)

Sześcian o krawędzi 5 dm przecięto płaszczyzną przechodzącą przez przekątną podstawy. Prawdą jest, że:

A. Pole tak otrzymanego przekroju może wynosić $25\sqrt{2}$ dm ^{2}.

B. Przekrój może być trójkątem.

C. Przekrój może być trapezem.

BRUDNOPIS

Zadanie 5. (3 p.)

Dany jest stożek, w którym długość średnicy koła podstawy jest równa długości wysokości stożka. Jeśli średnicę koła podstawy stożka zwiększymy dwukrotnie, a długość wysokości stożka zmniejszymy dwukrotnie, to otrzymamy inny stożek. Prawdą jest, że:

	A. Tworzące tych stożków mają równe długości.
	B. Pola powierzchni bocznych tych stożków są równe.
	C. Objętości tych stożków są równe.

Zadanie 6. (3 p.)

Spośród wszystkich boków i przekątnych sześciokąta foremnego o boku 1 wybieramy losowo jeden odcinek. Prawdą jest, że:

	A. Prawdopodobieństwo wylosowania odcinka o długości 1 wynosi $\frac{1}{5}$.
	B. Prawdopodobieństwo wylosowania odcinka o długości $\sqrt{3}$ wynosi $\frac{2}{5}$.
	C. Prawdopodobieństwo wylosowania odcinka o długości większej niż 1,5 wynosi $\frac{3}{5}$.

Zadanie 7. (3 p.)

Dany jest prostokąt K o bokach *a* i *b* oraz prostokąt L o bokach *c* i *d.* Długość boku *c* stanowi 90% długości boku *a,* zaś długość boku *d* stanowi 110% długości boku *b*. Prawdą jest, że:

	A. Pole prostokąta K stanowi $\frac{101}{100}$ pola prostokąta L.
	B. Pole prostokąta L stanowi 99% pola prostokąta K.
	C. Obwody obu prostokątów są równe.

Zadanie 8. (3 p.)

Dla dowolnych liczb rzeczywistych a i b określamy działania a○b i a⬩b:
gdy a≠b, to a○b równa się większej spośród liczb a i b,
gdy a≠b, to a⬩b równa się mniejszej spośród liczb a i b,
gdy a=b, to a○b=a⬩b=a=b.
Prawdą jest, że:

	A. (200○(-200))⬩(-200) = -200
	B. (300⬩(-300))○(-300) = 300
	C. (3○7)○(3⬩7) = 7

Część II

Zadanie 9. (4 p.)

Z pudełka, w którym było 4 razy więcej kul białych niż czarnych, wyjęto 4 kule białe i 4 czarne. Wówczas zostało 7 razy więcej kul białych niż czarnych. Ile kul każdego koloru było na początku?

BRUDNOPIS

Zadanie 10. (3 p.)

Oblicz wartość wyrażenia $\frac{a+b}{a-b}$,

jeśli $0<b<a$ i $a^2+b^2=4ab$.

BRUDNOPIS

BRUDNOPIS

Zadanie 11. (3 p.)

W półkole o średnicy 2 wpisano prostokąt o bokach x i y tak, że bok y tego prostokąta zawiera się w średnicy, a pozostałe 2 wierzchołki prostokąta należą do półokręgu. Wykonaj rysunek pomocniczy i wyprowadź wzór wyrażający zależność długości boku x od długości boku y.

Zadanie 12. (6 p.)

W równoległoboku długości boków wynoszą 8 i 5, a kąt ostry ma miarę $60°$. Oblicz długości obu wysokości i obu przekątnych tego równoległoboku.

BRUDNOPIS