KOD

Nr zad.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	Razem
Max liczba punktów	3	3	3	3	3	3	3	3	4	5	3	4	5	45
Liczba punktów														

Kuratorium Oświaty w Katowicach

KONKURS PRZEDMIOTOWY Z MATEMATYKI
Etap szkolny – 24 listopada 2009 r.

Przeczytaj uważnie poniższą instrukcję:
Test składa się z 13 zadań.
Przy numerze każdego zadania została podana maksymalna liczba punktów możliwych do zdobycia za to zadanie.
Przeczytaj dokładnie treść zadań, zwracając uwagę na to, czy polecenie nakazuje podać jedynie wynik, czy też obliczyć szukaną wielkość (tzn. zapisać obliczenie) lub w inny sposób uzasadnić odpowiedź.

W części I (zadania od 1 do 8) wpisz TAK lub NIE obok <u>każdej</u> z trzech odpowiedzi.
Za każdy poprawny wpis otrzymasz 1 punkt – w sumie za każde z tych zadań możesz otrzymać maksymalnie 3 punkty.

Margines po prawej stronie kartki jest przeznaczony na brudnopis.
Na rozwiązanie wszystkich zadań masz 90 minut.
Aby zakwalifikować się do etapu rejonowego musisz zdobyć <u>co najmniej 36 punktów</u>.

Autorzy zadań życzą Ci powodzenia! ☺

Część I

Zadanie 1. **(3 p.)**

Ojciec i syn mają razem147 lat. Ojciec ma dwa razy tyle lat, ile syn miał wtedy, kiedy ojciec miał tyle lat, ile syn ma teraz.
Prawdą jest, że:

A. Obecnie ojciec ma 87 lat.

B. Ojciec jest o 21 lat starszy od syna.

C. Syn ma obecnie 63 lata.

Zadanie 2. **(3 p.)**

Do zbudowania regału stolarz potrzebuje następujących materiałów:
4 długie deski, 6 krótkich desek i 14 śrub. Prawdą jest, że:

A. Na 5 regałów stolarzowi wystarczy 26 długich desek, 33 krótkie deski oraz 75 śrub.

B. Na 9 regałów stolarz musi mieć co najmniej: 36 długich desek, 54 krótkie deski oraz 126 śrub.

C. Na 100 regałów stolarzowi wystarczy 450 długich desek, 500 krótkich desek oraz 150 śrub.

Zadanie 3. **(3 p.)**

Jeśli n jest dowolną liczbą naturalną dodatnią, to liczba 5^n+5^{n+1}:

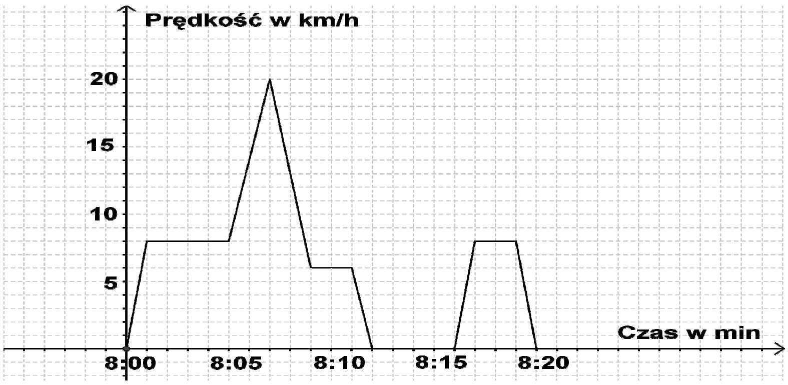
A. jest podzielna przez 6,

B. jest parzysta,

C. jest podzielna przez 5.

Zadanie 4. **(3 p.)**

Poniższy wykres przedstawia prędkość rowerzysty podczas przejażdżki 20 minutowej. Na trasie był jeden podjazd (wtedy rowerzysta zwolnił, ale się nie zatrzymał) i jeden zjazd (wtedy rowerzysta przyśpieszył) oraz postój przed przejazdem kolejowym. Prawdą jest, że:



A. Na przejeździe rowerzysta stał 4 minuty.

B. Podczas podjazdu prędkość rowerzysty zmniejszyła się o 12 km/godz.

C. 12 minut rowerzysta jechał ze stałą prędkością.

Zadanie 5. (3 p.)

Liczby: $2x$; 2; $x+3$ są długościami boków trójkąta.
Prawdą jest, że:

A. x jest dowolną liczbą dodatnią,

B. $x>1$ i $x<5$,

C. x może być równe 3.

Zadanie 6. (3 p.)

Sześciokąt foremny i trójkąt równoboczny mają równe obwody.
Prawdą jest, że:

A. Stosunek pola tego sześciokąta do pola trójkąta wynosi 3:2.

B. Stosunek boku trójkąta do boku sześciokąta wynosi 1:2.

C. Stosunek promienia okręgu opisanego na trójkącie do promienia okręgu opisanego na sześciokącie wynosi 4:3.

Zadanie 7. (3 p.)

Dane są dwie proste równoległe. Jeśli na jednej z tych prostych zaznaczono 3 punkty, a na drugiej 2, to punkty te są wierzchołkami:

A. 9 różnych trójkątów,

B. 5 różnych czworokątów,

C. 1 pięciokąta.

Zadanie 8. (3 p.)

Bliźniaczymi liczbami pierwszymi nazywamy dwie liczby pierwsze różniące się od siebie o 2, np. 3 i 5. Prawdą jest, że:

A. Wśród liczb jednocyfrowych są trzy pary liczb bliźniaczych.

B. Wśród liczb większych od 10, a mniejszych od 40 są cztery pary liczb bliźniaczych.

C. Nie ma liczb bliźniaczych dwucyfrowych większych od 90.

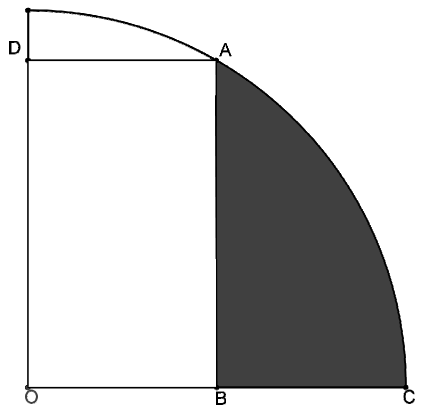
Część II

Zadanie 9. (4 p.)

W poniedziałek cena towaru wzrosła o 10%, w środę obniżono cenę tego towaru o 15%, a w piątek jeszcze raz obniżono o 20%. Oblicz jak i o ile procent zmieniła się cena towaru w ciągu tego tygodnia?

Zadanie 10. (5 p.)

W ćwiartkę okręgu wpisano prostokąt tak, jak na rysunku.
Oblicz pole zacieniowanego obszaru, jeżeli $|OB| = |BC| = 5$.



Zadanie 11. (3 p.)

Sprawdź czy ułamki: $\frac{37}{99}$, $\frac{3737}{9999}$ i $\frac{373737}{999999}$ są równe.

Zadanie 12. (4 p.)

Wykaż, że liczba $\frac{1}{7+3\sqrt{3}} + \frac{1}{7-3\sqrt{3}}$ jest wymierna.

Zadanie 13. (5 p.)

Wyznacz najmniejszą liczbę naturalną taką, że $\frac{2}{3}$ z niej jest liczbą trzycyfrową, a $\frac{3}{4}$ z niej jest liczbą czterocyfrową.

Odpowiedź uzasadnij.

KONKURS PRZEDMIOTOWY Z MATEMATYKI

Etap szkolny – 24 listopada 2009 r.

Schemat punktowania

Przy punktowaniu zadań należy stosować następujące ogólne reguły:

- Punktując rozwiązania zadań przyznajemy tylko całkowitą liczbę punktów.
- Punkt za wybór metody rozwiązania zadania przyznajemy, gdy uczeń zauważył wszystkie istotne własności i związki oraz zaczął je poprawnie stosować, np.: wybrał właściwy algorytm, wzór (i podstawił do niego dane liczby), w inny sposób pokazał plan rozwiązania zadania.
- Punkt za wykonanie zadania przyznajemy tylko wtedy, gdy uczeń konsekwentnie stosuje przyjętą metodę rozwiązania (a nie zapisuje np. ciągu przypadkowych obliczeń) i doprowadza do otrzymania ostatecznego, prawidłowego wyniku.
- Nie jest wymagana pisemna odpowiedź, ale jednoznaczne wskazanie wyniku lub rozstrzygnięcie problemu.
- Za każdy inny niż podany w kluczu, poprawny sposób rozwiązania zadania, przyznajemy maksymalną liczbę punktów.
- W przypadku, gdy zadanie rozwiązywano innym sposobem, niż podany w kluczu, ale popełnione zostały błędy lub nie dokończono rozwiązywania, należy przyznać proporcjonalnie mniej punktów, niż wynosi ich maksymalna liczba dla tego zadania.
- Do następnego etapu zostają zakwalifikowani uczniowie, którzy uzyskali **80%** lub więcej punktów możliwych do zdobycia, tzn. **36** punktów lub więcej.

CZĘŚĆ I

Numer zadania							
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
nie	tak	tak	tak	nie	tak	tak	nie
tak	tak	tak	nie	tak	nie	nie	nie
tak	nie	tak	nie	tak	nie	nie	tak

CZĘŚĆ II

ZADANIE 9 .

Szkic rozwiązania:

C – cena towaru na początku tygodnia

$\{[(1{,}1\cdot C)\cdot 0{,}85]\cdot 0{,}8\} = 0{,}748\cdot C = 74{,}8\%\cdot C$

Odp. Cena towaru w ciągu tego tygodnia obniżyła się o 25,2%.

Schemat punktowania:

1 p. – za zapisanie ceny po podwyżce.
1 p. – za zapisanie ceny po obu obniżkach.
1 p. – za poprawną metodę obliczenia zmiany ceny w ciągu tygodnia.
1 p. – za poprawne obliczenia w całym zadaniu i podanie poprawnej odpowiedzi (<u>obniżka</u> o 25,2%).

ZADANIE 10.

Szkic rozwiązania:

Promień okręgu wynosi 10.
Trójkąt OAC jest równoboczny (+ uzasadnienie).
Pole zacieniowane = 1/6 pola koła – pole trójkąta OAB

Pole 1/6 koła = $\frac{1}{6}\cdot 100\cdot\pi = \frac{50}{3}\pi$

Pole trójkąta OAB = $\frac{1}{2}\cdot 5\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 10 = \frac{25}{2}\sqrt{3}$

Pole figury zacieniowanej wynosi $\frac{50}{3}\pi - \frac{25}{2}\sqrt{3}$ **.**

Schemat punktowania:

1 p. – za uzasadnienie, że trójkąt OAC jest równoboczny, w tym wskazanie, że promień koła jest równy 10
1 p. – za poprawną metodę obliczenia pola wycinka koła .
1 p. – za poprawną metodę obliczenie pola trójkąta.
1 p. – za poprawną metodę obliczenia pola figury zacieniowanej.
1 p. – za poprawne obliczenia w całym zadaniu.

Uwaga! Uczeń może podać także wynik z poprawnymi przybliżeniami.

ZADANIE 11.

Szkic rozwiązania:

Przykładowe uzasadnienie:

$\frac{37}{99} = \frac{37\cdot 101}{99\cdot 101} = \frac{3737}{9999}$

oraz

$\frac{37}{99} = \frac{37\cdot 10101}{99\cdot 10101} = \frac{373737}{999999}$.

Z przechodniości równości wynika, że wszystkie trzy ułamki są równe.

Schemat punktowania:

1 p. – za uzasadnienie, że ułamki $\frac{37}{99}$ *i* $\frac{3737}{9999}$ są równe.
1 p. – za uzasadnienie, że ułamki $\frac{37}{99}$ *i* $\frac{373737}{999999}$ są równe.
1 p. – za uzasadnienie, że ułamki $\frac{37}{99}$, $\frac{3737}{9999}$ i $\frac{373737}{999999}$ są równe.

ZADANIE 12.

Szkic rozwiązania:

$$\frac{1}{7+3\sqrt{3}}+\frac{1}{7-3\sqrt{3}}=\frac{7-3\sqrt{3}}{22}+\frac{7+3\sqrt{3}}{22}=\frac{14}{22}=\frac{7}{11}$$

$\frac{7}{11}$ jest liczbą wymierną ponieważ 7 i 11 są całkowite.

Schemat punktowania:
1 p. – za rozszerzenie pierwszego ułamka.
1 p. – za rozszerzenie drugiego ułamka.
1 p. – za przekształcenie wyrażenia arytmetycznego.
1 p. – za podanie uzasadnienia z definicji, że 7/11 jest liczbą wymierną.

ZADANIE 13.

Szkic rozwiązania:

x – szukana liczba
x – najmniejsza liczba naturalna
i
x jest podzielna przez 3 i przez 4 oraz spełnia nierówności:

$$100 \le \frac{2}{3}x \le 999$$

i

$$1000 \le \frac{3}{4}x \le 9999$$

Po rozwiązaniu układów nierówności otrzymujemy:

$$150 \le x \le 1498\frac{1}{2}$$

i

$$1333\frac{1}{3} \le x \le 13332$$

Czyli

$$1334 \le x \le 1498$$

a po uwzględnieniu warunków zadania (x – najmniejsza liczba naturalna podzielna przez 3 i 4) najmniejszą liczbą jest 1344.

UWAGA: Każde inne poprawne rozwiązanie (również metodą prób i błędów pod warunkiem, że każdy warunek zostanie sprawdzony i uzasadniony) powinno być ocenione wg klucza skonstruowanego do przedstawionego rozwiązania.

Schemat punktowania:
1 p. – za zapisanie warunku liczby trzycyfrowej
1 p. – za zapisanie warunku liczby czterocyfrowej
2 p. – po 1 p. za poprawne rozwiązanie każdego układu nierówności.
1 p. – za wskazanie szukanej liczby z uwzględnieniem warunków: x – najmniejszą liczbą naturalną podzielną przez 3 i 4.