Kuratorium Oświaty w Katowicach

KONKURS PRZEDMIOTOWY Z MATEMATYKI
DLA UCZNIÓW GIMNAZJÓW
Etap szkolny – 22 listopada 2002 r.

Przeczytaj uważnie poniższą instrukcję:

- Test składa się z dwóch części. Pierwsza zawiera 10 zadań krótszych, druga 4 zadania rozszerzonej odpowiedzi. Przy numerze zdania została podana maksymalna liczba punktów możliwych do zdobycia za to zadanie.
- Przeczytaj uważnie treść zadań, zwracając uwagę na to, czy polecenie każe podać jedynie wynik, czy też obliczyć szukaną wielkość (tzn. zapisać obliczenie lub w inny sposób uzasadnić wynik).
- Do następnego etapu zostają zakwalifikowani uczniowie, którzy uzyskają 25 punktów lub więcej.
- Czas na rozwiązanie wszystkich zadań wynosi 90 minut.

Autorzy zadań życzą Ci powodzenia!

I część

Zadanie 1. (2 p.)
Wyrażenie $2 \cdot 4^{11} + 3 \cdot 4^{12} + 8 \cdot 4^{10}$ zapisz w postaci jednej potęgi.

Zadanie 2. (1 p.)
Podaj cyfrę jedności liczby: $1 + 1999^{1999}$

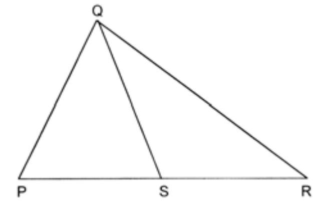
Zadanie 3. (1 p.)
W zespole tanecznym liczba chłopców stanowi 80% procent liczby dziewcząt. Podaj, jaki procent liczby chłopców stanowi liczba dziewcząt?

Zadanie 4. (1p.)
Liczby x, y są dodatnie. Wskaż, które z wymienionych wyrażeń ma największą wartość:
a) xy b) $x^2 + y^2$ c) $(x + y)^2$ d) $x^2 + y(x + y)$ e) nie można stwierdzić

Zadanie 5. (1p.)
Jedynym rozwiązaniem równania: $A - (x - 1) = 1$ jest liczba 1. Podaj, jaką liczbę należy wstawić w miejsce A.

Zadanie 6. (2 p.)
Trzcina bambusowa o wysokości 32 łokci została złamana przez wiatr. Jej wierzchołek dotknął ziemi w odległości 16 łokci od podstawy. Oblicz, ile łokci nad ziemią została złamana trzcina.

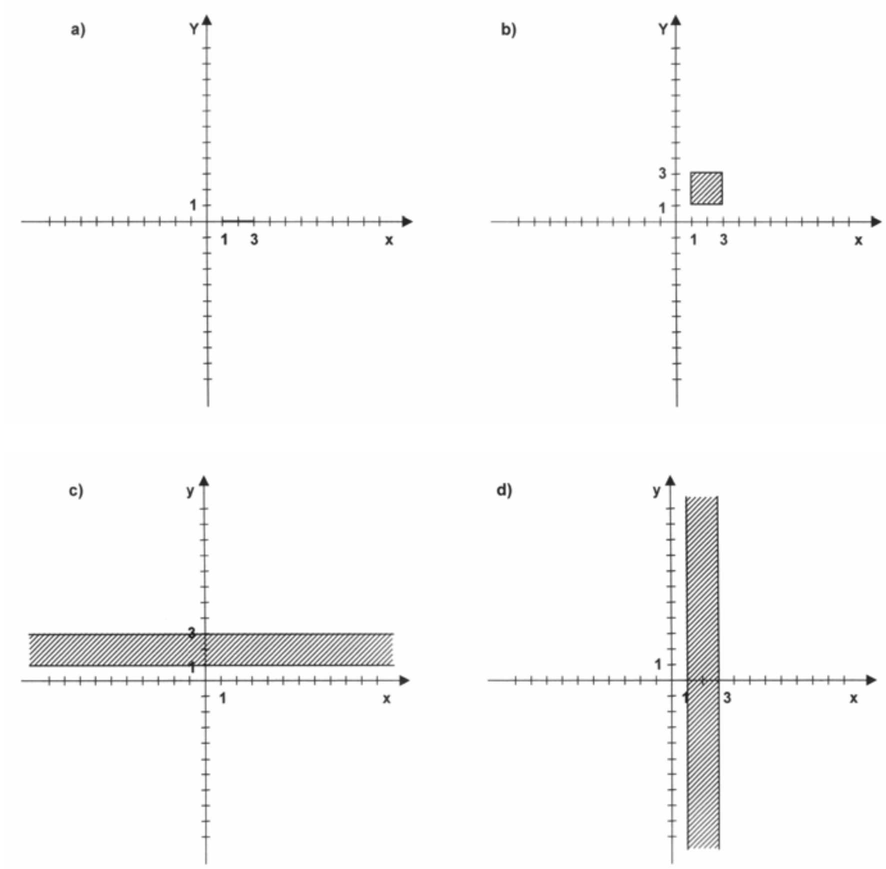
Zadanie 7. (2 p.)
W trójkącie PQR $|SP| = |SQ| = |SR|$ i $|\angle SQR| = 42^o$.
Oblicz, ile stopni ma kąt PQR?



Zadanie 8. (2 p.)
Marynarze mierzą kąty z pomocą jednostki kątowej zwanej rumbem. Rumb to kąt środowy oparty na łuku stanowiącym $\frac{1}{32}$ część okręgu. Oblicz, ile rumbów ma kąt prosty?

Zadanie 9. (1 p.)
Na każdej z dwóch prostych równoległych obrano po cztery różne punkty. Podaj maksymalną liczbę trójkątów, których wierzchołkami są te punkty.

Zadanie 10. (1 p.)
Wskaż, na którym z poniższych rysunków przedstawiony jest zbiór wszystkich punktów płaszczyzny, których współrzędne spełniają jednocześnie następujące warunki: $1 \leq x \leq 3$ i $y \in R$



II część

Zadanie 1. (4 p.)
Wykresem pewnej funkcji jest prosta przechodząca przez punkt $A = (-2, 3)$. Ponadto wiadomo, że dla argumentów mniejszych od 2 funkcja ta przyjmuje wartości dodatnie, zaś dla argumentów większych od 2 przyjmuje ona wartości ujemne. Znajdź wzór tej funkcji, obliczając potrzebne współczynniki.

Zadanie 2. (4 p.)
Ojciec jest 5 razy, a dziadek 8 razy starszy od Janka. Suma lat przeżytych przez wszystkich trzech jest mniejsza od 112, ale większa od 84. Oblicz, ile lat ma każdy z nich.

Zadanie 3. (4 p.)
Światła sygnalizacyjne na pewnym skrzyżowaniu zmieniają się w następującej kolejności:
czerwone 90 sekund, czerwone i żółte 5 sekund, zielone 80 sekund, żółte 5 sekund, znowu czerwone itd.
Oblicz, przez ile minut w ciągu doby pali się czerwone światło?

ZADANIE 4. (4 p.)
Wyznacz wszystkie liczby całkowite nieujemne n spełniające równanie: $2^n \cdot (4 - n) = 2n + 4$